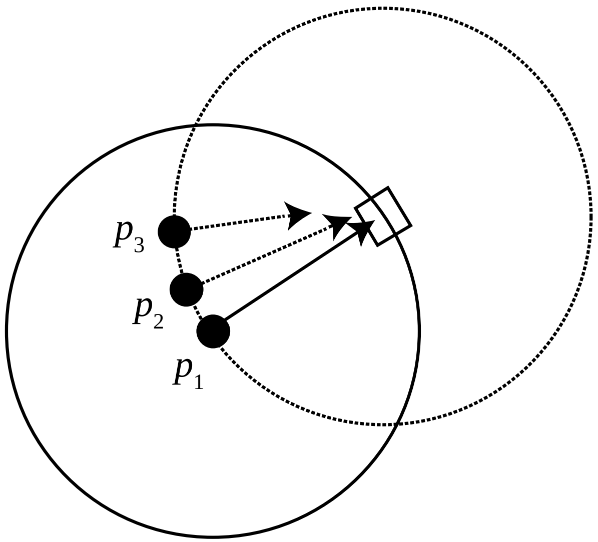
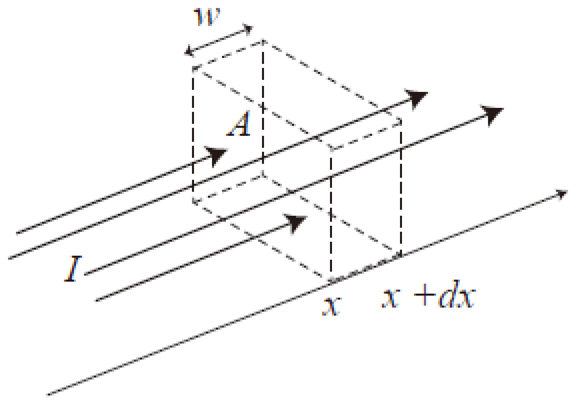
付録

ベクレルとシーベルトとの間の変換に使える便利な式



放射線の線源の大きさ（単位はBq）と被曝する放射線量（GyやSv）
との関連を知る必要に迫られる場合がある（例えば，地表に降り積もったセシウムの放射能濃度と
モニタリングポストでの空間線量率との関係、大気の放射濃度と地表に居る人の被ばく量との関係，
あるいは、肺に吸い込んだセシウム微粒子の放射能と周りの細胞の被ばく量との関係など）.
このことに関して数理物理学・統計物理学が専門の学習院大学理学部の
田崎晴明教授の文書　http://www.gakushuin.ac.jp/~881791/housha/docs/BqToSv.pdf
を要約し、少し付け足す.

γ線の散乱・吸収と距離減衰



- ^{137}Csは半減期30年でベータ崩壊し，そのときγ線も放出する
- γ線は波長の短い“光”だが，エネルギーを持った“粒”（光子）でもある
- 1回の崩壊で放出される光子は η 個で，^{137}Csの場合 $\eta \fallingdotseq 0.85$
- 光子1個のエネルギーは $\hbar\omega$（$\hbar$ は換算プランク定数，ω は角周波数）.
  ** ^{137}Cs からのγ線では，$\hbar\omega \fallingdotseq 0.66\mathrm{MeV} \fallingdotseq 1 \times 10^{-13}$ J

- 光子の流れに垂直な単位面積を単位時間に通過する光子の数を流束 I という
- 流束に垂直に置いた面積 A の板に t 時間に入射する光子の数は，IAt

- 板を通過する時，光電効果，コンプトン散乱などで，光子の一部は板の物質にエネルギーを与えて消滅
- 消滅する光子の数 N_{int} は，流束，板の厚さ dx，および密度 ρ に比例するので，$N_{int} = \zeta(IAt)\rho dx$ ------ (1.2)
  ζ は消滅する光子の数に関した比例定数で，質量減衰係数 と呼ばれる（次元は L^2/M）
  A，dx，t がいずれも単位量のとき，$N_{int} = (\zeta\rho)\ I$. この比例定数 $\zeta\rho$ を線減衰系数と呼び，μで表わす（次元は1/L）

- 光子の流れは平行光線だとする（上の図）
  板に入射する光子の総数は $AtI(x)$，右から出て行く光子の総数は $AtI(x+dx)$
  その差は板の物質に散乱・吸収された光子の個数 N_{int} に等しいので
  $AtI(x) - AtI(x+dx) = At\zeta\rho I(x)dx$. 整理して $d\,I(x)/dx = -\mu\, I(x)$. この解は，$I(x) = I(0)\exp[-\mu x]$ ------------- (2.3)
  すなわち，γ線の流束は，物質による散乱・吸収によって，距離とともに指数関数的に減衰する
  ** 空気の線減衰係数 μ_{air}（$= \zeta_{air}\rho_{air}$）$\fallingdotseq 1.00 \times 10^{-2}$ /m

距離減衰をエネルギー吸収として見た場合

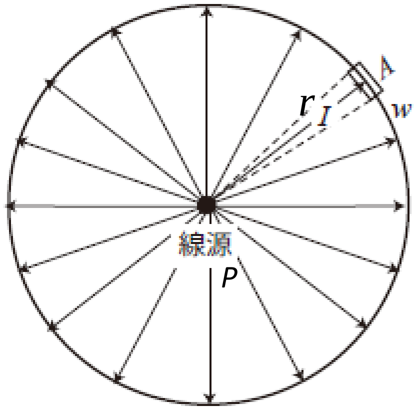
・板に吸収されるγ線のエネルギー E_{abs} は，$\hbar\omega$ と N_{int} に比例するので，$E_{abs} = \hbar\omega\zeta_{en} It\ (Adx\rho)$ ---(1.4)
カッコ内は質量で、比例定数の ζ_{en} は質量エネルギー吸収系数（次元はL^2/M）.

・A，dx，t がいずれも単位量のとき，$E_{abs} = \hbar\omega\ (\zeta_{en}\rho)\ I$
この比例定数 $\zeta_{en}\rho$ を μ_{en} で表わし、線エネルギー吸収系数と呼ぶ.

・単位時間・単位質量当たりの吸収エネルギー ϵ_{abs} は，$\equiv \hbar\omega\ \zeta_{en} I$ ―――――――――(1.5)
ϵ_{abs} を吸収線量率または線量率と呼ぶ．単位は (J/kg)/s, または Gy/s．γ線の場合は，そのまま Sv/s になる
$\epsilon_{abs} \times t$ を吸収線量または単に線量と呼ぶ.

** 水の質量エネルギー吸収系数 ζ_{en}^{water} は，3.3×10^{-3} m^2/kg で，$\hbar\omega\ \zeta_{en}^{water} \fallingdotseq 3.5\times10^{-16}\ Jm^2/kg$（または$Svm^2$）

幾何減衰



・真空中（質量エネルギー吸収系数 ζ がゼロ）に強度 PBq のγ線の点線源があり、
それを中心とする半径 r の球を想定する

・光子は球面に垂直に等密度で通過するので，流束 I は，$I = \eta P/(4\pi r^2)$ ----- (3.2)
球面上に質量エネルギー系数 ζ_{en}^{water} の水（人間）が在るとすると，
式(1.5) に従って，$\epsilon_{abs} = \hbar\omega\ \zeta_{en}^{water}\ \eta P/(4\pi r^2)$ ------------------------ (3.3)

・線源から球面までの空間に空気があれば，幾何減衰に加えて，
式(2.3)の質量減衰作用で流束 I が減少する．すなわち，$I = \exp(-\mu_{air}\, r)$ ----------------------- (3.4)
式(3.3)を用いれば，吸収線量率は，$\epsilon_{abs} = \hbar\omega\ \zeta_{en}^{water} \exp(-\mu_{air}\, r)\ \eta P/(4\pi r^2)$ ------------------- (3.5)

・吸い込んだセシウム微粒子の回りの内部被曝の場合

^{137}Cs からのγ線に関しては $\hbar\omega \fallingdotseq 0.66$MeV，$\eta \fallingdotseq 0.85$，$\mu_{water} \fallingdotseq 8$/m なので、式(3.5)は，

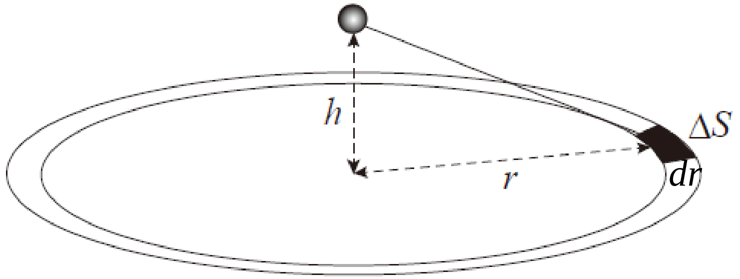
ϵ_{abs}= (3.5 × 10^{-16} Jm^2/kg) exp(- 8 r) 0.85P/(4πr^2) ≒ 0.24 × 10^{-16} P[exp(-8 r)]/r^2

微粒子の回り1㎜程度までの被曝を考えれば、距離減衰の効果を無視できて、$\epsilon_{abs} \fallingdotseq 0.24 \times 10^{-16}\ P/r^2$

例えば P = 1,000Bq（単位は s^{-1} であることに注意）だと，

r =10, 100, 1,000 μm で，ϵ_{abs} はそれぞれ 240, 2.4, 0.024 μGy/s または 0.86, 0.0086, 0.000086 Gy/h

平面状の線源と空間線量率との関係



・円の中心から r だけ離れた地点に微小な面積 ΔS (= 1 × dr) ある

そこのγ線の強度密度はpで，線源強度が $p\Delta S$

円の中心の真上 h に水（人間）が在って，ΔS からのγ線を浴びている

式(3.5)を用いれば，水の吸収線量率は

$\epsilon_{abs} = \hbar\omega\ \zeta_{en}^{water}\eta p\ \exp[-\mu_{air}(r^2 + h^2)^{1/2}]\ dr/[4\pi(r^2 + h^2)]$

・幅 dr の円周上に一様に強度密度 p の線源がある場合には，$2\pi r$ を掛け，

整理して，$\epsilon_{abs} = (\hbar\omega\ \zeta_{en}^{water}\eta p)\ \{\exp[(-\mu_{air}(r^2 + h^2)^{1/2}]\ r dr/[2(r^2 + h^2)]\}$ ----------- (3.6)

・地表に一様に強度密度 p の放射能が分布してγ線を放出している場合は，式(3.6)を r で数値積分する.

h = 1mの場合には{　}の中の積分値がほぼ 2.0 になるので，

式(3.6)は，近似的には，$\epsilon_{abs} \fallingdotseq 6.0 \times 10^{-16} \times p$（$\epsilon_{abs}$の単位はSv/s，$p$の単位はBq/m^2）

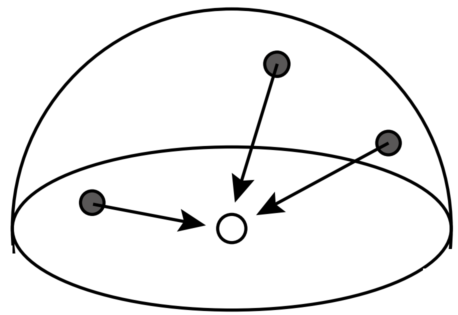
pをBq/m^2 の単位で，ϵ_{abs}を μSv/h の単位で表わす時には，$\epsilon_{abs} \fallingdotseq 2.2 \times 10^{-6} \times p$ --------- (3.7)

hが任意の値の時の近似式は

$\varepsilon_{abs} = (\hbar\omega\ \zeta_{en}^{water}/4)\ \log[(L_{air}/h)^2 + 1]\ \eta p \fallingdotseq 2.7 \times 10^{-7} \log[(69\mathrm{m}/h)^2 + 1] \times p$

ε_{abs} の単位はμSv/h, pの単位はBq/m^2，L_{air} は大気中でのγ線の半減距離で，69m.

大気が均質に放射能を帯びている場合の地表での空間線量率



・内半径と外半径がそれぞれ r と $r+dr$ の半球殻が線源になっている場合を想定する
ただし，簡単化のため，前ページの図で h=0 とする
式(3.5)の右辺に半球の表面積 $2\pi r^2$ を掛けて整理すると
ϵ_{abs}= $(1/2)\hbar\omega\ \zeta_{en}^{water}\eta p\ \exp(-\ \mu_{air} r\ ]\ dr$ ------------------------- (3.8)

・大気が均質に放射能を帯びている状態は，式(3.8)を r で積分して，
ϵ_{abs}= $[-(\hbar\omega\ \zeta_{en}^{water}\eta)/(2\mu_{air})]\ p\ \exp(-\ \mu_{air} r)$ -------------------- (3.9)
r が 0.1m 程度から∞まで定積分値が地表での空間線量率となる
$\exp(-\ \mu_{air} r)$ は $r = \infty$ で 0 で，r = 0.05m で 0.999，r = 0.5m で 0.995, r = 5.0m であっても 0.951
故に 1 に近似して良い

・したがって，p を Bq/m^3 の単位で，ϵ_{abs} を Sv/s の単位を表わせば，
$\epsilon_{abs} = [(\hbar\omega\ \zeta_{en}^{water}\eta)/(2\mu_{air})]\ p \fallingdotseq 1.5 \times 10^{-14}\ p$
p を Bq/m^3 の単位で，ϵ_{abs} を μSv/h の単位を表わせば，
$\epsilon_{abs} \fallingdotseq 5.3 \times 10^{-5}\ p$ ---------------- (3.10)